

Fase-skift

Hans Harhoff Andersen

4. december 2013

Det er ikke nemt at fitte til det givne udtryk. Dette skyldes at tangens har en diskontinuitet ved $\pi/2$ og $-\pi/2$. Dette giver problemer når man bruger den inverse atan. Indmaden i atan går mod uendelig og minus uendelig fra de to sider af resonansen og derfor får I en atan der ser ud som:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Inversetrigonometricfunctions> mens det I faktisk gerne vil have er en atan der er stykkevist defineret sådan at

$$\beta = \begin{cases} \arctan(y) & : 0 \leq y < \infty \\ \arctan(y) + \pi & : 0 > y > -\infty \end{cases}$$

på den måde bliver faseskiftet kontinuert henover resonansen. Dette er jeg dog ikke sikker på at I kan skrive i Easyplot og evt. heller ikke nemt i Matlab. Man kan dog finde faseskiftet som et udtryk med cosinus i stedet, det er vist nemmere:

$$\cos \beta = \frac{\omega_0^2 - \omega_D^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_D^2)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega_D^2}} \quad (1)$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_D^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_D^2)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega_D^2}} \right). \quad (2)$$

hvor størrelserne er defineret som i øvelsesvejledningen. Husk at ω_0 er den ikke-dæmpede resonans givet ved

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{L}, \quad (3)$$

hvor vi har brugt udtrykket for resonansfrekvensen af et udæmpet pendul. Dermed får vi også at

$$k = \frac{mg}{L} \quad (4)$$

hvor L er længden af pendulet, m er massen og g er tyngdeaccelerationen.